**Государственное бюджетное образовательное учреждение**

**среднего профессионального образования**

**«НОВОРОССИЙСКИЙ МЕДИЦИНСКИЙ КОЛЛЕДЖ»**

**МИНИСТЕРСТВА ЗДРАВООХРАНЕНИЯ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ**

**Разработка**

**урока по математике «Площадь боковой поверхности правильной пирамиды»**

**Дисциплины «Математика»,**

**по специальности 34.02.01**

**«Сестринское дело» 1 курс**

**Рассмотрено и утверждено**

**на цикле общегуманитарных, социально-экономических, естественно-научных дисциплин**

**Протокол № \_\_\_\_\_**

**«\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_г.**

**Председатель ЦК Т.М. Глущенко**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

 **Преподаватели В.С. Бурцева**

 **г. Новороссийск 2015 год**

**Площадь боковой поверхности правильной пирамиды**

*Цели:*

* ввести понятие правильной пирамиды;
* научить изображать правильную пирамиду;
* познакомить со свойствами ее элементов;
* получить вывод формулы площади боковой поверхности;
* развивать интуицию, пространственное воображение.

*Ход урока*

1. **Проверка домашнего задания**

№ 243 Основание пирамиды DABS является АВС, у которого АВ = АС = 13 см, ребро AD перпендикулярно плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.,

№ 244 Основание пирамиды DABS является прямоугольный треугольник АВС, у которого гипотенуза АВ равна 29 см, катет АС = 21см. Ребро DA перпендикулярно плоскости основания и равно 20 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Решения записаны на доске, выделяем главные этапы решений.

1. Повторяем определение пирамиды, ее элементов, решаем устно задачи:
	1. Основание пирамиды прямоугольник, одно боковое ребро перпендикулярно основанию пирамиды. Определите вид боковых граней. Выполните чертеж “рис.1”.
	2. Используя “рис.1” решите задачу: S ABCD – пирамида, ABCD – квадрат, АВ = 2см,

SAB = 600Найдите боковую поверхность пирамиды.



**III. Объяснение нового материала.**

1. Сформулируйте определение правильной пирамиды.

(Учащиеся могут составить его сами аналогично определению правильной призмы, при этом выясняем, является ли пирамида задачи 2 правильной).

После обсуждения этого вопроса, составляем полное определение правильной пирамиды, учимся ее рисовать (“рис.2”), водим понятие апофемы (ha).



1. По “рис.2”, устно доказываем, что в правильной пирамиде:
* боковые ребра равны;
* боковые грани – равнобедренные треугольники;
* боковые грани равны;
* апофемы раны;
* двугранные углы при основании равны.

После этого каждый ученик, согласно своему варианту, записывает одно из доказательств, затем проверка и корректировка в парах, и пятеро учащихся по выбору учителя зачитывают свои записи.

По окончании этой работы следующие вопросы:

* Расскажите, как найти боковую поверхность правильной пирамиды?
* Докажите, что Sбок = Ѕ Росн х hа

3. Самостоятельно в тетрадях оформляется доказательство теоремы о боковой поверхности правильной пирамиды, тем, кто не может это сделать самостоятельно, разрешается воспользоваться учебником стр.67.

Самое удачное, четко сформулированное доказательство один из учащихся записывает на доске.

**IV. Решение задач**

№254 (а) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна а, высота равна Н. Найдите боковое ребро пирамиды.

Устно разбираем два способа решения задачи, используя:

1. свойство медиан;
2. понятие радиуса описанной окружности.

Оформляем в тетрадях по вариантам, проверка в парах и два ученика оформляют задачи на доске.

Пока идет оформление задач на доске, устно обсуждаем два способа решения задачи.

№ 257 Высота правильной треугольной пирамиды равна h, а двугранный угол при стороне основания равен 450. найдите площадь поверхности пирамиды.

При решении этой задачи также используем свойство медиан и понятие радиуса вписанной окружности. Решение и оформление аналогично предыдущей.

**V. Итог урока.**

Контрольные вопросы по изученной теме.

**Домашнее задание № 254 (в) 258**

*Урок 2* посвящен решению задач.

Группа делится на группы по 4 человека (разноуровневые). Группам предлагаются одинаковые задания. Работа организуется по “методу пилы” (“Новые педагогические и информационные технологии в системе образования” под ред. д-ра. пед. наук проф. Е.С.Полот.М., изд. “Академия”, 2002). Каждый студент в группе выполняет свое задание. Кроме консультаций с учителем, может осуществлять консультации с “экспертами” по этому вопросу из других групп. Затем идет общее обсуждение каждой задачи в группе, так чтобы любой ученик мог решить любую из задач. Когда группы готовы, преподаватель может вызвать любого студента из каждой группы для объяснения решения задачи.

*Задача № 1*

Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 5 см., а высота – 3 см. Найдите площадь полной поверхности.

*Задача № 2*

Апофема правильной шестиугольной пирамиды равна 5 см, а высота – 4 см. Найдите площадь боковой поверхности.

*Задача № 3.*

В правильной треугольной пирамиде боковые грани наклонены к основанию под углом 600. Расстояние от вершины основания до боковой грани равно 3. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

*Задачи № 4*

В правильной четырехугольной пирамиде боковые грани наклонены к основанию под углом 600, а расстояние от середины стороны основания до противоположной боковой грани равно 4. Найдите площадь боковой поверхности.

Индивидуальная контролирующая проверочная работа 4 варианта.

**В – 1**

1. Найдите высоту правильной шестиугольной пирамиды, если сторона ее основания равна *а*, апофема *h*
2. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна *а*, а высота *h*. Определить полную поверхность пирамиды.
3. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, у которой боковая поверхность равна
60 см2, а полная поверхность 108 см2.

**В – 2**

1. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, если сторона ее основания равна *а*, а апофема *h*.
2. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды, равное 12 см, образует с плоскостью основания угол в 600. Найдите боковую поверхностьпирамиды.
3. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, у которой площадь основания равна
27см2, а полная поверхность 72см2.

**В – 3**

1. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна *а*. Двугранные углы при основании равны **. Определите полную поверхность.
2. Найдите величину двугранного угла при основании правильной четырехугольной пирамиды, если ее боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом 300.
3. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, у которой площадь основания равна
27см2, а полная поверхность 72см2.

**В – 4**

1. Найдите величину двугранного угла при основании правильной четырехугольной пирамиды, если ее боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом 600.
2. Высота боковой грани правильной четырехугольной пирамиды равна 10 см. Определите полную поверхность пирамиды, если боковая грань наклонна к плоскости основания под углом 600.
3. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, у которой боковая поверхность равна
60см2, а полная поверхность 108см2.
* Пирамида (геометрия)
* [1 История развития пирамиды в геометрии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.98.D1.81.D1.82.D0.BE.D1.80.D0.B8.D1.8F_.D1.80.D0.B0.D0.B7.D0.B2.D0.B8.D1.82.D0.B8.D1.8F_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D1.8B_.D0.B2_.D0.B3.D0.B5.D0.BE.D0.BC.D0.B5.D1.82.D1.80.D0.B8.D0.B8)
* [2 Элементы пирамиды](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.AD.D0.BB.D0.B5.D0.BC.D0.B5.D0.BD.D1.82.D1.8B_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D1.8B)
* [3 Развёртка пирамиды](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.A0.D0.B0.D0.B7.D0.B2.D1.91.D1.80.D1.82.D0.BA.D0.B0_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D1.8B)
* [4 Свойства пирамиды](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.A1.D0.B2.D0.BE.D0.B9.D1.81.D1.82.D0.B2.D0.B0_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D1.8B)
* [5 Теоремы, связывающие пирамиду с другими геометрическими телами](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.A2.D0.B5.D0.BE.D1.80.D0.B5.D0.BC.D1.8B.2C_.D1.81.D0.B2.D1.8F.D0.B7.D1.8B.D0.B2.D0.B0.D1.8E.D1.89.D0.B8.D0.B5_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D1.83_.D1.81_.D0.B4.D1.80.D1.83.D0.B3.D0.B8.D0.BC.D0.B8_.D0.B3.D0.B5.D0.BE.D0.BC.D0.B5.D1.82.D1.80.)
	+ [5.1 Сфера](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.A1.D1.84.D0.B5.D1.80.D0.B0)
	+ [5.2 Конус](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.9A.D0.BE.D0.BD.D1.83.D1.81)
	+ [5.3 Цилиндр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.A6.D0.B8.D0.BB.D0.B8.D0.BD.D0.B4.D1.80)
* [6 Формулы, связанные с пирамидой](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.A4.D0.BE.D1.80.D0.BC.D1.83.D0.BB.D1.8B.2C_.D1.81.D0.B2.D1.8F.D0.B7.D0.B0.D0.BD.D0.BD.D1.8B.D0.B5_.D1.81_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D0.BE.D0.B9)
* [7 Особые случаи пирамиды](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.9E.D1.81.D0.BE.D0.B1.D1.8B.D0.B5_.D1.81.D0.BB.D1.83.D1.87.D0.B0.D0.B8_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D1.8B)
	+ [7.1 Правильная пирамида](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.9F.D1.80.D0.B0.D0.B2.D0.B8.D0.BB.D1.8C.D0.BD.D0.B0.D1.8F_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D0.B0)
	+ [7.2 Прямоугольная пирамида](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.9F.D1.80.D1.8F.D0.BC.D0.BE.D1.83.D0.B3.D0.BE.D0.BB.D1.8C.D0.BD.D0.B0.D1.8F_.D0.BF.D0.B8.D1.80.D0.B0.D0.BC.D0.B8.D0.B4.D0.B0)
	+ [7.3 Тетраэдр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.A2.D0.B5.D1.82.D1.80.D0.B0.D1.8D.D0.B4.D1.80)
* [8 Интересные факты](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#.D0.98.D0.BD.D1.82.D0.B5.D1.80.D0.B5.D1.81.D0.BD.D1.8B.D0.B5_.D1.84.D0.B0.D0.BA.D1.82.D1.8B)

У этого термина существуют и другие значения*, см.*[*Пирамида*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0)*.*

* [*Пирамида (геометрия)*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29)*— тип многогранников.*
* [*Пирамида (архитектура)*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B0%D1%80%D1%85%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0%29)*— вид архитектурного сооружения в форме пирамиды.*
	+ [*Энергетическая пирамида*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B5%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D0%BF%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D1%8B)*— конструкция пирамидальной формы, предназначенная для аккумулирования (концентрации) гипотетической аномальной (паранормальной) духовной (психической) энергии. Встречается также в культуре*[*Нью-эйдж*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D1%8C%D1%8E-%D1%8D%D0%B9%D0%B4%D0%B6)*и*[*эзотерике*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%B7%D0%BE%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BA%D0%B0)*.*
* [*Финансовая пирамида*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D1%81%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0)*— способ получения дохода за счёт постоянного расширяющегося привлечения денежных средств от новых участников.*
* [*Пирамида (бильярд)*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B1%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D1%8F%D1%80%D0%B4%29)*— официальное название игры в русский бильярд.*
* [*Пирамида*](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_(%D0%B0%D0%BA%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)&action=edit&redlink=1)*— элемент художественной, силовой и пластической*[*акробатики*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%80%D0%BE%D0%B1%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)*, групповое расположение акробатов, которые, поддерживая друг друга, образуют сложные фигуры.*
* [*Пирамидка*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%BA%D0%B0)*— головоломка, прототипом которой был кубик Рубика.*



Шестиугольная пирамида.

Пирами́да ([др.-греч.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) πυραμίς, [род. п.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D0%B0%D0%B4%D0%B5%D0%B6) πυραμίδος) — [многогранник](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D0%B8%D0%BA), основание которого —[многоугольник](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA), а остальные грани — [треугольники](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D1%80%D0%B5%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA), имеющие общую вершину[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#cite_note-1). По числу углов основания различают пирамиды треугольные (тетраэдр), четырёхугольные и т. д. Пирамида является частным случаем [конуса](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%83%D1%81)[[2]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#cite_note-2).

Содержание

История развития пирамиды в геометрииНачало геометрии пирамиды было положено в Древнем Египте и Вавилоне, однако активное развитие получило в Древней Греции. Объем пирамиды был известен древним египтянам. Первым греческим математиком, кто установил, чему равен объём пирамиды, был [Демокрит](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D0%BC%D0%BE%D0%BA%D1%80%D0%B8%D1%82) [[3]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#cite_note-vard-3), а доказал [Евдокс Книдский](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%B2%D0%B4%D0%BE%D0%BA%D1%81_%D0%9A%D0%BD%D0%B8%D0%B4%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9). Древнегреческий математик [Евклид](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B8%D0%B4) систематизировал знания о пирамиде в XII томе своих [«Начал»](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%87%D0%B0%D0%BB%D0%B0_%D0%95%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B8%D0%B4%D0%B0), а также вывел первое определение пирамиды: телесная фигура, ограниченная плоскостями, которые от одной плоскости сходятся в одной точке.

Элементы пирамиды[

апофема — высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины (также апофемой называют длину перпендикуляра, опущенного из середины правильного многоугольника на одну из его сторон);

* боковые грани — треугольники, сходящиеся в вершине;
* боковые ребра — общие стороны боковых граней;
* вершина пирамиды — точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания;
* высота — отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
* диагональное сечение пирамиды — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;
* основание — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.

Развёртка пирамиды

Развёрткой называется плоская фигура, полученная при совмещении поверхности геометрического тела с одной плоскостью (без наложения граней или иных элементов поверхности друг на друга). Приступая к изучению развёртки поверхности, последнюю целесообразно рассматривать как гибкую, нерастяжимую плёнку. Некоторые из представленных таким образом поверхностей можно путём изгибания совместить с плоскостью. При этом, если отсек поверхности может быть совмещён с плоскостью без разрывов и склеивания, то такую поверхность называют развёртывающейся, а полученную плоскую фигуру — её развёрткой.

Свойства пирамиды

Если все боковые рёбра равны, то:

* вокруг основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
* боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы;
* также верно и обратное, то есть если боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы, или если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр, то все боковые рёбра пирамиды равны.

Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то:

* в основание пирамиды можно вписать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;
* высоты боковых граней равны;
* [площадь](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%BE%D1%89%D0%B0%D0%B4%D1%8C) боковой поверхности равна половине произведения [периметра](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80) основания на [высоту](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%8B%D1%81%D0%BE%D1%82%D0%B0) боковой грани.

Теоремы, связывающие пирамиду с другими геометрическими телами

[Сфера](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B0)

* около пирамиды можно описать сферу тогда, когда в основании пирамиды лежит многоугольник, вокруг которого можно описать окружность (необходимое и достаточное условие)[[5]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#cite_note-5). Центром сферы будет точка пересечения плоскостей, проходящих через середины рёбер пирамиды перпендикулярно им. Из этой теоремы следует, что как около любой треугольной, так и около любой правильной пирамиды можно описать сферу;
* в пирамиду можно вписать сферу тогда, когда [биссекторные плоскости](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%91%D0%B8%D1%81%D1%81%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D0%BB%D0%BE%D1%81%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C&action=edit&redlink=1) внутренних [двугранных углов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B2%D1%83%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB) пирамиды пересекаются в одной точке ([необходимое и достаточное условие](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D0%BE%D0%B1%D1%85%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D0%BC%D0%BE%D0%B5_%D0%B8_%D0%B4%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%83%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D0%B5)). Эта точка будет центром сферы.

[Конус](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BD%D1%83%D1%81)

Конус называется вписанным в пирамиду, если вершины их совпадают, а его основание вписано в основание пирамиды. Причём вписать конус в пирамиду можно только тогда, когда апофемы пирамиды равны между собой (необходимое и достаточное условие);[

* Конус называется описанным около пирамиды, когда их вершины совпадают, а его основание описано около основания пирамиды. Причём описать конус около пирамиды можно только тогда, Причём описать конус около пирамиды можно только тогда, когда все боковые рёбра пирамиды равны между собой (необходимое и достаточное условие);
* Высоты у таких конусов и пирамид равны между собой.
* [Цилиндр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B8%D0%BB%D0%B8%D0%BD%D0%B4%D1%80)
* Цилиндр называется вписанным в пирамиду, если одно его основание совпадает с окружностью вписанной в сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию, а другое основание принадлежит основанию пирамиды.
* Цилиндр называется описанным около пирамиды, если вершина пирамиды принадлежит его одному основанию, а другое его основание описано около основания пирамиды. Причём описать цилиндр около пирамиды можно только тогда, когда в основании пирамиды — вписанный многоугольник (необходимое и достаточное условие).

Формулы, связанные с пирамидой

* [Объём](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D1%8A%D1%91%D0%BC) пирамиды может быть вычислен по формуле:



где  — [площадь](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%BE%D1%89%D0%B0%D0%B4%D1%8C_%D1%84%D0%B8%D0%B3%D1%83%D1%80%D1%8B) основания и  — высота;



где  — объём параллелепипеда;

* Также объём треугольной пирамиды (тетраэдра) может быть вычислен по формуле[]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D0%B4%D0%B0_%28%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F%29#cite_note-hrono1600-7):



где  — скрещивающиеся рёбра ,  — расстояние между  и  ,  — угол между  и ;

* Боковая поверхность — это сумма площадей боковых граней:



* Полная поверхность — это сумма площади боковой поверхности и площади основания:



* Для нахождения площади боковой поверхности в правильной пирамиде можно использовать формулы:



где  — [апофема](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BF%D0%BE%D1%84%D0%B5%D0%BC%D0%B0) ,  — [периметр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80) основания,  — число сторон основания,  — боковое ребро,  — плоский угол при вершине пирамиды.

Особые случаи пирамиды

Правильная пирамида

Пирамида называется правильной, если основанием её является [правильный многоугольник](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B8%D0%BA), а вершина проецируется в центр основания. Тогда она обладает такими свойствами:

* боковые рёбра правильной пирамиды равны;
* в правильной пирамиде все боковые грани — конгруэнтные равнобедренные треугольники;
* в любую правильную пирамиду можно как вписать, так и описать вокруг неё сферу;
* если центры вписанной и описанной сферы совпадают, то сумма плоских углов при вершине пирамиды равна , а каждый из них соответственно , где n — количество сторон многоугольника основания;
* площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения [периметра](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80) основания на апофему.

Прямоугольная пирамида

Пирамида называется прямоугольной, если одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно основанию. В данном случае, это ребро и является высотой пирамиды.

[Тетраэдр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%8D%D0%B4%D1%80)

Тетраэдром называется треугольная пирамида. В тетраэдре любая из граней может быть принята за основание пирамиды. Кроме того, существует большое различие между понятиями «правильная треугольная пирамида» и «[правильный тетраэдр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D1%82%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B0%D1%8D%D0%B4%D1%80)». Правильная треугольная пирамида — это пирамида с правильным треугольником в основании (грани же должны быть равнобедренными треугольниками). Правильным тетраэдром является тетраэдр, у которого все грани являются равносторонними треугольниками.

Интересные факты

Формула для расчёта объёма усечённой пирамиды была выведена раньше, чем для полной.